Dios en las Matemáticas

"Sólo en las ciencias matemáticas existe la identidad entre las cosas que nosotros conocemos y las cosas que se conocen en modo absoluto"
Umberto Eco

"Las matemáticas no solamente poseen la verdad, sino la suprema belleza, una belleza fría y austera, como la de la escultura, sin atractivo para la parte más débil de nuestra naturaleza".
Bertrand Russell

"Las abejas ..., en virtud de una cierta intuición geométrica ..., saben que el hexágono es mayor que el cuadrado y que el triángulo, y que podrá contener más miel con el mismo gasto de material."
Pappus de Alejandría

"Las leyes de la matemática no son meramente invenciones o creaciones humanas. Simplemente "son": existen independientemente del intelecto humano. Lo más que puede hacer un hombre de inteligencia aguda es descubrir que esas leyes están allí y llegar a conocerlas."
Mauritis Cornelis Escher

"El estudio profundo de la naturaleza es la fuente más fértil de descubrimientos matemáticos."
Joseph Fourier

"No hay rama de la matemática, por abstracta que sea, que no pueda aplicarse algún día a los fenómenos del mundo real."
Nikolay Lobachevsky

"El propio Dios geometriza"
Platón

1.- Introducción

Si alguna vez pensamos en encontrar a Dios en la ciencia, seguramente lo imaginamos en relación a la astronomía, la física, la biología o la genética. Pero tal vez la prueba de la existencia de Dios esté más cerca de lo que pensamos. Quizás lo encontremos a la vuelta de la esquina en la más abstracta y a la vez exacta de todas las ciencias: la matemática.

Los números -podemos decir- son una abstracción humana, como los conceptos de suma, resta o potencia. Pero la ida y vuelta con el mundo real es permanente e ineludible. Para no perdernos en las impresionantes e intrincadas fórmulas físicas que siendo de una indiscutible esencia matemática se corresponden a la perfección con los fenómenos estudiados en el mundo tangible, basta con comprobar que si a dos manzanas les agregamos otras dos manzanas nos quedan, efectivamente, cuatro manzanas.

Desde los inicios de la ciencia el hombre se preguntó porqué la matemática se corresponde tan perfectamente con el mundo real. No hay filósofo que no se haya topado con esa gran pregunta ¿Por qué la matemática es una herramienta idónea para manejarnos en el mundo donde vivimos? ¿Por qué el mundo es tan indefectiblemente matemático?

Estas cuestiones giran en torno a la pregunta clave:

¿Cuál es el origen de las matemáticas?
¿Son invenciones de la mente humana?
¿Son descubrimientos?
¿Son abstracciones de la experiencia?

Luego de milenios de investigación ese interrogante está al fin contestado por la ciencia: se demuestra que las reglas y relaciones matemáticas no son creación de la mente humana, sino que tienen existencia real en el universo y el hombre, a través de su razonamiento, las descubre.

La información de que dispone la Matemática en un momento determinado ha existido antes y seguirá existiendo siempre.

La experiencia milenaria de los matemáticos fue develando esa pregunta, pero el tener la respuesta no quita el misterio. Los avances finales se debieron a la utilización de computadoras, pero fue muy importante el aporte de Gödel. Su teorema de incompletitud (publicado en 1931) se desprende de la famosa paradoja del mentiroso, que nos deja perplejos al indagar sobre la verdad o falsedad de la proposición--"Esta proposición es falsa" o "Yo estoy mintiendo". Gödel quebró la creencia generalizada de que la potencia de las matemáticas era infinita expresando en términos matemáticos la proposición "este teorema no se puede demostrar" y por supuesto la paradoja se hizo presente y lo demostró. De allí desprendió su célebre teorema, que afirma que en cualquier sistema que contenga la aritmética, existe por lo menos una fórmula, que, aún siendo verdadera, no podrá jamás ser demostrada.

Este descubrimiento provocó un vuelco en las matemáticas modernas y dio la base entre otras cosas para los estudios sobre inteligencia artificial. Su aporte, junto con los de Turing y Chaitin -ya en la era de las computadoras- fue responsable de que la ciencia oficial haya tomado posición en la cuestión, y hoy nos afirme la existencia de la matemática como una entidad en sí misma independiente de la mente humana.

Entonces cabe preguntarnos cómo pueden existir estas extravagantes relaciones entre los números fuera de una mente o inteligencia, ya que si no es nuestra mente la que las creó ¿Cuál otra pudo haber sido? ¿O es sensato pensar en la obra de la casualidad? En ese caso ¡Qué imponente casualidad nos rodea!

El sentimiento de que no hay nada extraño, sorprendente o especial detrás de las matemáticas desaparece a medida que nos adentramos en esta ciencia. Entre los lógicos y metódicos pasos de la aritmética o la geometría, a todos los niveles, nos topamos con esas casualidades incomprensibles que simplemente "son así". La conciencia se va de los signos y números y pregunta ¿Cómo puede ser? ¿Por qué? Extrañamente las demostraciones o explicaciones que les suceden a estos conocimientos en lugar de satisfacer nuestra inquietud suelen dejarnos aún más perplejos.

"Dondequiera que haya un número está la belleza."
Proclo

"Las matemáticas convierten lo invisible en visible"
Keith Devhin

2.-Misterios de los números naturales

Con cuentas sencillas empezamos a descubrir casualidades en los números naturales, especialmente en los primos. Encontramos por ejemplo que:

$$\mathbf{100=1^3+2^3+3^3+4^3}$$

Bonito y redondo número el cien como pare resultar de la suma de los cuatro primeros números naturales elevados al cubo.

Por otro lado, el numero 365 nos suena familiar a simple vista. Es la cantidad de días en el año. Resulta que el número 365 es igual a la suma de los cuadrados de tres números consecutivos, empezando por el 10:

$$\mathbf{10^2 + 11^2 + 12^2 = 100 + 121 + 144 = 365}$$

Y -por si esto fuera poco- es también el resultado de la suma de los cuadrados de los dos siguientes números, 13 y 14

$$\mathbf{13^2 + 14^2 = 169 + 196 = 365}$$

En otras palabras:

$$\frac{10^2+11^2+12^2+13^2+14^2}{2}=365$$

… lo cual es sumamente lógico puesto que la suma de cuadrados consecutivos está íntimamente ligada con la relación entre los movimientos de rotación y traslación de nuestro planeta. Ah, ¿No es así? Entonces será casualidad.

¿Más casualidades? Hay demasiadas. Podríamos multiplicar a 102.564x4 y encontraríamos que de cómo resultado 410.256; como vemos, al multiplicar el original por 4 el resultado es el mismo número trasladando la última cifra al primer lugar, cifra que además coincide con el multiplicador.

O podemos probar elevando a la quinta potencia todas las cifras de 54.748 y sumarlas entre si. Llegaremos al mismo número. Así:

$$5^5+4^5+7^5+4^5+8^5=54.748$$

Pero no es necesario buscar números complicados para encontrar sorpresas, pasemos a algo más sencillo: la tabla del nueve. Allá por tercer grado aprendimos que es:

9-18-27-36-45-54-63-72-81

Conocidísima cualidad que la primera y última cifra de todos ellos suman justamente 9. Es más, si sumamos todas las cifras de cualquier número natural multiplicado por 9, y volvemos a sumar las cifras del resultado, y así sucesivamente hasta que quede una sola esta va a ser, en todos los casos, el 9, como no podía ser de otra manera. (¿?)

Veamos qué pasa si a los números de la tabla del 9 los multiplico por 12345679 (no me olvidé el 8, es así). Tenemos:

12345679 x 9 = 111111111
12345679 x 18 = 222222222
12345679 x 27 = 333333333
12345679 x 36 = 444444444
12345679 x 45 = 555555555
12345679 x 54 = 666666666
12345679 x 63 = 777777777
12345679 x 72 = 888888888
12345679 x 81 = 999999999

O sea el dígito por el que multiplicamos a 9 en cada caso, repetido 9 veces.

También si multiplicamos por 9 a por números del tipo 1089, 10989, 109989, etc., los obtenemos invertidos: 9801, 98901, 989901, etc. Las explicaciones que podamos encontrarles a estos fenómenos no quitan su imponencia, fuerza y sobre todo realidad. A fin de cuentas, no podemos ir mas allá de que en definitiva son propiedades intrínsecas del número (en este caso el 9).

Hay una infinidad de ejemplos como estos, y los matemáticos siguen "inventando" (descubriendo) acertijos nuevos cada día que llegan a ser complejísimos y apasionantes. En realidad, en última instancia, todos ellos se reducen a las increíbles cualidades "innatas" de los diferentes números, y a la perfección de las reglas aritméticas que permiten el desarrollo ulterior.

Pero no estoy aquí para mostrar la belleza de la matemática recreativa, sino para sondear en el aspecto más profundo que hay detrás de estos misterios: la existencia de una inteligencia superior en la que fueron concebidas todas estas maravillas que las ciencias matemáticas nos ayudan a descubrir.

De todos modos, el universo infinito de los números naturales aún nos permite una duda: "Son tantos los números existentes y las operaciones imaginables entre ellos que es lógico que algunos presenten singularidades o coincidencias. Extraño sería que no las hubiera” podríamos pensar.

Si bien estas coincidencias son notoriamente más abundantes de lo que intuimos como normal en un marco aleatorio, hay un universo numérico que nos permitirá desalojar definitivamente este argumento y e incluso nos abrirá una clara puerta hacia una **DEMOSTRACIÓN MATEMÁTICA DE LA EXISTENCIA DE DIOS:** Los números irracionales.

Si nos animamos a avanzar un poco más en matemática, veremos que las coincidencias van muchísimo mas allá de lo razonable y nos dejan cuando menos boquiabiertos. La ingenua teoría las casualidades tendrá que volver a casa cabizbaja. En todo caso la refutación tendrá que venir por un camino mucho más sofisticado. Miremos ahora las impresionantes propiedades de los números e, Π y Φ, pero no con la mirada corta que se necesita para aprobar un tedioso examen. Intentemos entender lo que realmente hay detrás de todo esto y así contemplar el profundo misterio que representan.

"La mayor deficiencia de la raza humana es nuestra incapacidad para comprender la función exponencial"
Albert A. Bartlett (físico)

"Y así pasa que los matemáticos de este tiempo actúan como hombres de ciencia, empleando mucho más esfuerzo en aplicar sus principios que en comprenderlos"
Berkeley

3.- El número "e"

El número "**e**" o número de Néper, con un valor aproximado de 2,718 281 828 es la base de los logaritmos naturales, esto quiere decir que el **ln e = 1**. Recordemos que el logaritmo en base **a** de un número **n**, es otro número **b**, tal que cumple esta ecuación:

$$\mathbf{a^b = n}$$

Se puede calcular el logaritmo en base a cualquier número pero, sin embargo, sólo se utilizan el la práctica los logaritmos de base 10 y mucho más aún los de base **e**, de hecho son los únicos que encontramos en las calculadoras científicas habituales. ¿Por qué? Porque con esta misteriosa base logarítmica se dan algunas cosas especiales que lo hacen extremadamente útil, siendo el hecho de que el logaritmo natural de 1 sea 0 de especial significación para facilitar los cálculos.

La función recíproca del logaritmo natural, $\mathbf{e^x}$ tiene particularidades tan especiales, que se le puso nombre propio: función exponencial. a derivada de $\mathbf{e^x}$ es $\mathbf{e^x}$ y del mismo modo, la integral de $\mathbf{e^x}$ es también $\mathbf{e^x}$**.** Esto no es algo normal o habitual, sino que muy por el contrario es la única función que siempre es igual a sus derivadas, lo que le da un papel protagónico en el análisis. Trabajando con integrales, o con ecuaciones diferenciales, por ejemplo sería imposible no toparnos con e, la función exponencial y los logaritmos naturales.

Pero aunque nos alejemos de los logaritmos no podemos alejarnos de e, porque resulta que, además, es la suma de los inversos de los factoriales:

$$e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = \frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \ldots$$

Y también tenemos entre otras cosas que si en la sucesión numérica

$$(1+1/n)^n$$

hacemos tender a n al infinito obtenemos como resultado el número **e**.

El número **e** y sus propiedades, es de importancia vital en los más variados campos de la ciencia: físico-químicas, biológicas, económicas, agronómicas, geográficas, médicas y sociales. Lo encontraremos por doquier en ecuaciones que ninguna relación tienen entre sí, no solamente lógica sino tampoco matemática. Es decir, el número **e** simplemente aparece allí de casualidad (o mejor dicho porque las cosas son así) sin que esto se relacione con las demás fórmulas que lo definen. En otras palabras, no se puede encontrar una vinculación matemática entre todas las fórmulas verificadas por este número.

Algunos usos:

- **Carbono 14:**

Sabemos que con la variación en la cantidad de carbono 14 de un objeto podemos calcular su antigüedad, pero, ¿como es la fórmula?

$$Q = Q_o \cdot e^{-0{,}000124 \cdot t}$$

Donde Q es la cantidad de carbono 14 final, Q0 cantidad de carbono 14 inicial y t el tiempo

- **Calculo de un lecho de ánodos**:

La resistencia de un lecho de ánodos depende de la resistividad del terreno, de las dimensiones y forma de los ánodos y del lecho. Un ánodo enterrado verticalmente en un terreno de resistividad *p* ohm-cm, rodeado de una columna de relleno (backfill) de L (cm de longitud) y a (cm de radio), tiene una resistencia en ohms que viene dada por la fórmula:

$$R = \frac{\rho}{2\Pi L} \cdot \ln \frac{4L}{a \cdot e}$$

Es un ejemplo aleatorio y medio extraño, pero sirve para mostrar como e aparece en cualquier cosa.

- Rayos x:

Si vamos al médico con un dolor en los huesos, podremos saber si tenemos fractura o no gracias a e: el fenómeno que permitió la creación de las radiografías, está relacionado con la absorción de rayos x por parte de la materia. La ley de Bragg-Pierce nos dice que la intensidad final de un rayo x después de atravesar un cuerpo (**I**) se calcula multiplicando su intensidad inicial $\mathbf{I_0}$ por **e** elevado a la **m** por **x** (coeficiente de absorción por grosor del cuerpo)

$$\mathbf{I = Io \cdot e^{mx}}$$

- Investigación de asesinatos:

¿En qué momento murió una persona?

El metabolismo humano asegura el mantenimiento de la temperatura del cuerpo de una persona viva cerca de los 36,5º c. Pero al morir este calor deja de producirse y, por lo tanto el cuerpo comienza a enfriarse. Así los detectives pueden determinar el momento preciso de un asesinato con la siguiente fórmula:

T = T aire + ((T cuerpo – T aire) / ek·t)

donde **T** es la temperatura, **k** una constante numérica, **t** el tiempo en horas desde la medianoche y **e**…. ya sabemos.

- Monto a capitalización continua:

En interés compuesto, el monto que genera un capital **C** colocado a una tasa **i** durante **n** períodos, depende de la frecuencia de los períodos de capitalización. (Si la capitalización es anual el monto final será menor al monto resultante de una capitalización mensual) Si estos períodos fueran minutos o segundos, el monto resultaría lógicamente mayor aún. ¿Pero que pasa si el interés se capitaliza continuamente a medida que se va generando? Si en cada infinitésimo de tiempo pasáramos a capital los infinitésimos intereses generados tendríamos sin duda el mejor rendimiento posible a esa tasa. Esto se llama interés continuo y se calcula con la siguiente fórmula:

$$M = C \cdot e^{ni}$$

El Monto final es igual al capital inicial multiplicado por **e** (nuestro e!!!) elevado a la **n.i** (cantidad de períodos por tasa de interés). Así que invierta en e porque es buen negocio!! (y no estoy hablando de euros)

- Curvatura de un cordón:

Si tomamos un cordón por los extremos este tiende a curvarse. Dicha curvatura está dada por la fórmula:

Y = (ex + e-x)/2

Así que ahora, cada vez que veamos a un cable colgando, sabremos que **e** está allí escondido, implícitamente determinando su forma.

- La fórmula más importante del mundo:

Una última pequeña coincidencia, de esas que ya nadie puede pensar razonablemente como casual o trivial.

Euler se topó con una increíble relación entre **e** y el no menos enigmático Π**.** Estas dos maravillas numéricas de naturaleza y aplicaciones tan distintas están relacionadas. Pero no por una complejísima y rebuscada fórmula armada especialmente con ese fin. La relación apareció sin ser buscada como aplicación para un caso particular de su fórmula sobre la función exponencial en los números complejos. Al descubrirla, Euler habrá pensado que enloqueció, y por lo menos repetido diez veces el cálculo para confirmar que no fuera un error. Porque esta relación finalmente encontrada entre ambos números, está dada por una simple y bellísima expresión minimalista, que sólo incluye a los básicos números 1 y 0, las tres operaciones positivas elementales (suma, producto y potencia) y el número imaginario i (la raíz de -1).

La identidad de Euler, también conocida como "la fórmula más importante del mundo" dicta que:

$$e^{i\cdot\Pi} + 1 = 0$$

Al respecto, **Benjamin Peirce** una vez les decía a sus alumnos: "Caballeros, esto es sin duda cierto, es absolutamente paradójico, no podemos comprenderlo y no sabemos lo que significa, pero lo hemos demostrado y, por lo tanto, sabemos que debe ser verdad".

Así llegamos a hablar de pi, la relación entre el diámetro y la circunferencia, pero ¿Qué más es pi?

"Si consideramos el mundo de relaciones geométricas, allí duerme el milésimo decimal de Pi, aunque jamás nadie trate de calcularlo."
William James, The Meaning of Truth

"El rostro de Pi estaba enmascarado; se sobreentendía que nadie podía contemplarlo y continuar con vida. Pero unos ojos de penetrante mirada acechaban tras la máscara, inexorables, fríos y enigmáticos."
Bertrand Russell, Nightmares of Eminent Persons

"Los decimales no calculados de pi, duermen en un misterioso reino abstracto, donde gozan de una débil realidad, hasta que no son calculados, no se convierten en algo plenamente real, e incluso entonces su realidad es mera cuestión de grado"
William James, The Meaning of Truth

"Soy y seré a todos definible,

mi nombre tengo que daros,

cociente diametral siempre inmedible

soy de los redondos aros."

Manuel Golmayo

(Contando las letras de cada palabra de este poema tendremos las primeras 20 cifras de pi)

"... ese misterioso 3,14159... que se cuela por todas las puertas y ventanas, que se desliza por cualquier chimenea...
Anónimo

4.- Pi, el círculo en la creación

Con un valor aproximado de 3,14159… pi, representado por la letra griega **π** es, al igual que e, un número trascendental. Lo que significa tiene infinitos decimales pero no es resultado de ninguna fracción ni radicación. Lo encontramos por doquier en geometría, ya que nos da por ejemplo la circunferencia como **2 π r**, el área del círculo como **π r²**, el de la elipse **π ab**, el del cilindro **2πr(r+h)**, el de la esfera **4πr2**, y el volumen de la esfera como

(4/3) π r3.

Impresiona esta notoria intervención de pi porque pone en evidencia la simpleza de cosas que antes eran indescifrables. Parece demasiado para un solo número pero sigue siendo todo lógico ya que cada una de estas cosas tiene que ver con su definición, se relaciona visiblemente con su calidad de razón del diámetro a la circunferencia, y así pi casi se puede llegar a entender como un concepto. Pero pi tiene propiedades que nada tienen que ver con los círculos ni con geometría.

Aquí empieza la verdadera diversión:

La probabilidad de que dos enteros positivos escogidos al azar sean primos entre si es

$$\mathbf{6/\pi^2}$$

Si se eligen al azar dos números positivos menores que 1, la probabilidad de que junto con el número 1 puedan ser los lados de un triángulo obtusángulo es

$$\mathbf{(\pi - 2)/4}$$

Con los números primos llegamos a pi, ya que se verifica que el producto de la forma **$(1 - 1/n^2)$** hasta el infinito, donde n toma los valores de todos los números primos **2,3,5,7,11,13,17,19,23,** ...etc. tiene como resultado

$$\mathbf{6 / (\pi)^2}$$

Pero también el matemático inglés Stirling descubrió que pi sirve para aproximarnos a los factoriales. Recordemos que el factorial de un número es el producto de todos los enteros desde 1 hasta ese número.

$$\mathbf{n! = 1.2.3.4. \ldots n}$$

cuando x es suficientemente grande, puede obtenerse en forma aproximada de la siguiente manera:

$$n! \equiv n^n e^{-n} \cdot \mathrm{raíz}(2 \cdot \pi \cdot n)$$

Así, para n = 69, utilizando esta expresión se obtiene

$$\mathbf{69! = 1{,}71 \times 10^{98}}$$

siendo el valor real de

$$\mathbf{69! = 1{,}7091591 \times 10^{69}}$$

Cuando mayor es n, más cerca están los valores, siendo idénticos en el infinito. Como esta fórmula no precisa inducción, facilita mucho su cálculo y es de gran utilidad, entre otras cosas, en la rama de la combinatoria. Pero pi, esta vez, no lo logró esta hazaña por sí solo, sino con la ayuda de su misterioso amigo **e**. ¿Será por los círculos o por los logaritmos naturales?

¿Pero que hay detrás de los decimales de pi que puedan hacerlo tan especial? Los matemáticos siempre se esforzaron por descubrir más y más dígitos de los infinitos que lo conforman, intentando encontrar en ellos algún orden o relación. Las computadoras fueron indispensables para avanzar en esta misión y el misterio apareció en los valores a partir de 10 a la vigésima. Al llegar allí, desaparecen los números fortuitos, y durante un período increíblemente prolongado se obtiene sólo una larga serie de unos y ceros, para luego retomar su aleatoriedad. ¿Por qué tantos unos y ceros, la base del sistema binario y de la electrónica, el si y el no? ¿No es este hecho demasiado llamativo? Borges diría que en el infinito se dan todas las combinaciones posibles, y que además en las cifras de pi, podríamos encontrar cualquier otra secuencia de cualquier longitud que deseemos, por ejemplo todos los pares desde el 900.000 al 532 en orden descendiente. Pero esto podría ocurrir sólo en el extravagante y apasionante supuesto de que los números no sigan ninguna restricción y se combinen de todas las maneras posibles. Como ninguna computadora es capaz de calcular infinitos bits, siempre tendremos la duda de qué otros misterios pueden esconder los dígitos desconocidos de pi. ¿Estarán incluidos entre ellos los también infinitos decimales de e?

Para llegar al valor del escurridizo e irracional número **π**, podría pensarse que necesitamos muchas operaciones complicadas. Es de suponer que para poder aproximarlo necesitamos elaborados algoritmos. Pero en realidad, podemos llegar a él haciendo uso de un solo número: el simple y romántico 2, realizando únicamente productos, divisiones y raíces cuadradas.¿Como? Lo descubrió el matemático francés **François Viète:**

$$\frac{2}{\Pi} = \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}\frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2}\cdots$$

Pero si preferimos no usar raíces tenemos una opción más sencilla todavía, la ecuación de Wallis:

$$\frac{\Pi}{2} = \frac{2.2.4.4.6.6...}{1.3.3.5.5.7...}$$

Tanta simpleza y complejidad de la mano, hacen de pi un verdadero enigma.

"Las cifras constituyen el único y auténtico lenguaje universal."
Georges Ifrah. Historia Universal de las Cifras

"¡Qué poema el análisis del número áureo!".
Paul Valery

"La geometría tiene dos grandes tesoros: uno es el teorema de Pitágoras, y el otro la división de una línea en la proporción del medio y los extremos, es decir el número áureo. El primero puede compararse a una medida de oro, y el segundo a una piedra preciosa."
Johannes Kepler. Mysterium Cosmographicum de admirabili proportione orbium caelestium, 1596

"... excelsas, supremas, excelentísimas, incomprensibles, inestimables, innumerables, admirables, inefables, singulares..., que corresponden por semejanza a Dios mismo"
Luca Pacioli. La Divina Proporción

5.- Fi y la armonía del universo

Completemos la trilogía (¿o trinidad?) con otro enigmático amigo: El número designado con letra griega θ = **1,61803...** (Fi), llamado número de oro, o número aureo. A diferencia de los otros dos no es un numero trascendental (en la denominación matemática) porque resulta como solución de una ecuación polinómica. Efectivamente, una de las soluciones de la ecuación de segundo grado $\mathbf{x^2-x-1=0}$ es $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ que da como resultado el número de oro.

Pero esto no quita que sea un número muy especial, realmente trascendental en el sentido filosófico, que nos puede ayudar a convencernos de que el mundo de las matemáticas y todo nuestro universo no podría existir como tal sin intervención de algún tipo de inteligencia creadora. Veamos por qué:

Si tomamos un determinado segmento podemos dividirlo en dos segmentos (uno mayor y uno menor) de forma tal que la proporción entre el pequeño y el grande sea igual a la proporción entre el grande y el total. Esta manera de dividir un segmento se llama proporción áurica. El número de oro es siempre la proporción entre los dos segmentos resultantes de esta división. Es decir, si dividimos un segmento **A**, en dos segmentos **A1** y **A2** de la siguiente forma:

|--------A1----------|-----A2-----|
A

Tenemos que:

$$\frac{A1}{A2} = \frac{A}{A1}$$

Resulta que el valor de esta proporción, para cualquier segmento, es siempre el mismo:

$$\frac{A1}{A2} = \frac{A}{A1} = \theta \ \textbf{(1,618...)}$$

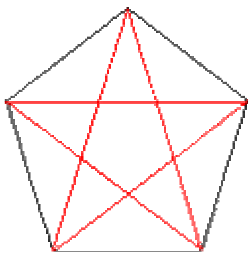
El valor de θ puede determinarse solo a partir del 1 como raíz continua:

$$\theta = \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\ldots}}}}$$

O como fracción infinita:

$$\theta = 1 + \cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\ldots}}}$$

Si dibujamos un pentágono regular, y trazamos sus diagonales formando una estrella armamos el clásico símbolo de los seguidores de Pitágoras. A pesar de que los pitagóricos solo conocían los números fraccionarios, tuvieron una intuición especial en la elección de su símbolo, ya que encierra en forma desconcertante al entonces inimaginable numero de oro.



Por ejemplo, la relación entre la diagonal del pentágono y su lado es el número de oro. Y también lo es la proporción entre la diagonal y el lado de la estrella.

Pero un tal Fibonacci estudiando la reproducción de los conejos llegó a una sucesión numérica que resultó más interesante de lo que se imaginaba.

Esta sucesión, que lleva su nombre, es así:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34...

Cada número a partir del tercero, se obtiene sumando los dos anteriores

Empezamos a notar su belleza sumando, por ejemplo los cuatro primeros términos y añadiéndoles 1 ya que así obtendremos el sexto (1+1+2+3 + 1 = 8). Lo mismo ocurre al sumar los cinco primeros términos más 1, (consiguiendo el séptimo) y así sucesivamente. Como esta, hay muchísimas relaciones entre los términos de la sucesión, por ejemplo lo mismo sucede entre los impares, o entre los pares por separado. Por otro lado elevando al cuadrado dos términos sucesivos y sumándolos entre sí obtendremos el término correspondiente a la suma de sus órdenes. O si elevamos al cuadrado los n primeros términos y los sumamos, sale el producto del término n y el siguiente.

Pero lo impresionante de fibonacci apareció mucho después de su creación, con la aparición del concepto de límite. Si dividimos un término de la sucesión por el anterior obtenemos un número que cada vez se acerca más a fi:

1 : 1 = 1
2 : 1 = 2
3 : 2 = 1´5
5 : 3 = 1´66666666
8 : 5 = 1´6
3 : 8 = 1´625
21 : 13 = 1´6153846....
34 : 21 = 1´6190476....
55 : 34 = 1´6176471....
89 : 55 = 1´6181818....

Siendo fi en el infinito. Esto sí que no tenía por qué ser así. Pasamos ya a vislumbrar el misterio que fi tiene para enseñarnos. ¿Qué relación guardan los pentágonos regulares con los conejos?

Al parecer, comparten una armonía propia del universo que por supuesto, no creó el hombre, aunque empezó a apreciarla desde la antigüedad.

Sin saberlo concientemente, la búsqueda de la belleza llevó a los hombres a fi. Por ejemplo, son áuricas las proporciones en el Partenón griego, y, por otro lado, el cociente entre la altura de los triángulos que forman la pirámide de Keops y su lado es 2.fi.

Luego de su descubrimiento el hombre se esforzó por mantenerlo concientemente por doquier en el arte, la arquitectura, el diseño gráfico e industrial. Desde cosas tan triviales como el tamaño de las tarjetas de crédito y muchas de esas formas rectangulares con proporciones que ya vemos como "muy conocidas" (pasaportes y documentos de identidad, libros, fotos, casettes de audio, marquillas de cigarrillos, hornos de microondas, etc) hasta en las más maravillosas obras de los pintores y escultores de todas las épocas. En el siglo XX el arquitecto Le Corbusier basó su sistema de proporciones humanas en el número áureo.

Hay varios cocientes que son el número áureo:

- La altura de la persona (183) entre la altura a la que está el ombligo del suelo(113), La altura de la persona con el brazo levantado (226) entre la altura a la que está el brazo puesto en horizontal (140),

- La altura a la que está el brazo puesto en horizontal (140) entre la altura a la que se encuentra el punto de apoyo de la mano (86).

Estas son las proporciones de base utilizadas más generalmente en dibujo y pintura.

Pero para despejar las dudas sobre el invento o descubrimiento de esta proporción, basta ver los innumerables casos que aparecen en la naturaleza: Fi nos da precisamente la curvatura de las espirales en caracoles, piñas, y algunas otras formas espiraladas de la naturaleza. Pero también está presente en los patrones de crecimiento de algunas plantas, la distribución de las hojas en un tallo, y las dimensiones de insectos y pájaros.

Si contamos en las semillas de un girasol, las escamas de una piña, un ananá o una palmera, la cantidad de espirales que las mismas forman en el sentido de las agujas del reloj, y la cantidad de espirales que forman en el sentido contrario, tendremos que ambos números serán términos de la sucesión de Fibonacci que ahora ya sabemos que, aunque con caras muy distintas, es hermana del número de oro.

Invito al lector a comprobar por sí mismo esta sorprendente propiedad de la naturaleza contando -por ejemplo en una piña- las espirales que forma en cada uno de los dos sentidos. Es una tarea simple y a la vez reveladora.

"La elegancia de un teorema es directamente proporcional al número de ideas que vemos e inversamente proporcional al esfuerzo necesario para comprenderlas."
George Pólya

"Existen tres tipos de matemáticos: los que se equivocan al contar y los que no."
Anónimo

"Los teoremas han de ser nobles, sorprendentes, elegantes, intrigantes, rigurosos, creativos ...y, sobre todo, comprensibles."
H. Zeeman

Siempre debiera pedirse que un asunto matemático no se considere agotado hasta que haya llegado a ser intuitivamente evidente.
Félix Klein

6. Una demostración sencilla pero perturbadora

Sean dos fórmulas matemáticas A y B tales que:

1) No estén relacionadas entre sí, es decir, que sea imposible expresar una en términos de la otra a través de operaciones algebraicas sin necesidad de calcular su resultado. (*)

2) Cumplan la condición de que su resultado sea un número natural entre 1 y 100.

No obstante no estar relacionadas matemáticamente, como por definición los resultados pueden ser sólo 100, y las fórmulas imaginables pueden ser infinitas, hay una probabilidad bastante alta de que la solución de A sea idéntica a la solución de B.

Esta probabilidad es:

$$\mathbf{P\ (X_a=X_b) = 0{,}01}$$

Ahora supongamos que cambiamos la limitación 2) y el resultado no tiene que ser un número natural entre 1 y 100 sino un número racional entre 1 y 10 con no más de 3 decimales.

Ahora la probabilidad de que ambas soluciones coincidan pasaría a ser:

$$\mathbf{P\ (X_a=X_b) = 0{,}0001}$$

Generalizando, si llamamos **n** a la cantidad de decimales permitidos tendríamos que:

$$\mathbf{P\ (X_a{=}X_b)\ =\ 10^{-n}}$$

Cuando más sean los decimales permitidos, más pequeña se hará esta probabilidad.

Pero ¿que pasa si n tiende a infinito? Es fácilmente visible que, si n tiende a infinito, entonces P tiende a 0. Es decir:

$$\lim_{n\to\infty} P(X_a = X_b) = 0 \quad (**)$$

Esto implica que si la restricción se extiende a los números irracionales (con infinitos decimales) la probabilidad de que dos fórmulas que no están relacionadas entre sí den el mismo resultado es igual a cero. Por lo tanto:

Es imposible que dos fórmulas matemáticas no relacionadas entre sí den como resultado el mismo número irracional. (***)

Esto es así por motivos totalmente lógicos. ¿Cómo podrían dar dos operaciones que nada tienen que ver la una con la otra un resultado con infinitos dígitos en común por casualidad? Esto nunca podría suceder. Pero veamos lo que ocurre en la realidad.

Volvamos al planteo anterior con las siguientes restricciones:

Sean dos fórmulas A y B tales que:

1) No estén relacionadas entre sí. (Según lo definido en *)

2) Cumplan la condición de que el resultado de ambas sea un número irracional entre 1 y 10.

Según lo explicado anteriormente, bajo estas condiciones la probabilidad de que X_a sea igual a X_b es 0.

Sin embargo podemos plantear las siguientes dos fórmulas que cumplen con los enunciados:

- **A:** $$X_a = \frac{1}{\frac{2\sqrt{2}}{9801}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(4n)!}{(n!)^4}\cdot\frac{[1103+26390n]}{(4.99)^{4n}}}$$

- **B:** $$e^{i\cdot X_b} = -1$$

No es sólo en apariencia que no tienen relación. Estas dos fórmulas provienen de áreas distintas de la matemática, siendo imposible obtener la expresión de una a partir de la otra. Mientras una nos habla de una ecuación exponencial y números complejos, la otra proviene de una sumatoria infinita involucrando factoriales, radicaciones, y ciertos números naturales y racionales cuya relación con i y e es imposible de establecer si no conocemos el valor de X_a y X_b. En suma, dichas fórmulas cumplen con la condición 1.

En consecuencia, según el enunciado (***) es imposible que ambas fórmulas tengan el mismo resultado irracional.

Sin embargo, la solución de ambas es nada menos que:

$$\mathbf{X_a = X_b = 3,14159......\ (pi)}$$

¿Cómo puede ser? ¡Si habíamos demostrado que esto era imposible!

Esta paradoja nos explica en términos matemáticos el porqué tenemos esa la sensación de asombro al descubrir tantas coincidencias alrededor de los números e, fi, y pi.

Simplemente porque estamos ante la presencia de coincidencias cuya probabilidad de ocurrencia es 0.

Salvo, claro está, que -como suele pensarse- ambas fórmulas estén relacionadas matemáticamente de alguna forma intrincada a la que aún no se ha logrado llegar. Pero por más que apareciera un genio con coeficiente intelectual de 230 y lograse relacionarlas entre si SIN MENCIONAR A PI, lo que supondría la resolución de uno de los grandes misterios matemáticos, aún podríamos elegir muchas otras "A" y "B" que cumplan con las condiciones 1) y 2) entre los ejemplos enumerados en este trabajo, y otras tantas no mencionadas aquí -o incluso todavía no descubiertas- que también deberían ser explicadas.

De modo que para desmentir los resultados de la presente demostración deberían poder establecerse y explicarse TODAS las relaciones existentes entre las propiedades verificadas por los números trascendentales. Pero resulta que, según el teorema de incompletitud de Gödel, esto es imposible ya que se trata justamente de un sistema formal que contiene a la aritmética elemental y por tanto al menos una de estas relaciones es imposible de probar.

¿Qué implica todo esto? Desde el descubrimiento de la relatividad, y luego el teorema de Gödel y el número omega de Chaitin, la ciencia moderna ha debido rever su antigua actitud de escapar de la paradoja y aprender a incorporarla como parte de "lo que es". Lo interesante aquí es plantearnos el por qué.

Tenemos algo que no puede ser y sin embargo está allí.

¿Qué puede significar esto? ¿No será que falta considerar una premisa que aún sin estar demostrada está tácitamente implicada en el razonamiento?

Veamos el planteo anterior de este modo, y la lógica vuelve a aparecer:

Si:

1) Las fórmulas A y B no están relacionadas entre sí según la definición (*)

2) Las fórmulas A y B cumplen la condición de que el resultado de ambas es un número irracional entre 0 y 10.

y

3) Las reglas de la naturaleza (incluyendo las matemáticas) están en el universo porque sí y no son el resultado de ningún un plan o inteligencia que las haya establecido con algún criterio o intención.

Entonces, según (**)

4) Es falso que la solución de A pueda ser igual a la solución de B.

Pero los contraejemplos encontrados nos obligan a replantearnos la tácita premisa 3), respaldando así a las visiones teístas ya que si la premisa 3) fuera falsa entonces la conclusión 4) podría ser verdadera, como de hecho es.

No soy matemática, pero con este planteo sugiero un punto de partida para los expertos que quieran profundizar en el misterio.

Todo saber tiene de ciencia lo que tiene de matemática.
Poincaré

M*ejor que de nuestro juicio, debemos fiarnos del cálculo algebraico.*
L. Euler

Sin matemáticas no se penetra hasta el fondo de la filosofía;
sin filosofía no se llega al fondo de las matemáticas;
sin las dos no se ve el fondo de nada
Bordas-Desmoulin

La Geometría existía antes de la Creación.
Es co-eterna con la mente de Dios...
La Geometría ofreció a Dios un modelo para la Creación...
La Geometría es Dios mismo.
Johanes Kepler

7.- Conclusión

A medida que encontramos en la ciencia este tipo de paradojas se hace más vigente la hipótesis de un Dios creador. Si asumimos que la matemática no es un puro invento del hombre, sino que está implícita en la naturaleza, y luego vemos su perfección y complejidad, nos damos cuenta de que la misma no podría existir porque sí. Esto se intensifica al ver como este complejo conjunto de reglas domina la materia en todos sus niveles -desde las partículas subatómicas hasta las constelaciones- y hace posible nada menos que la existencia humana con toda su grandeza.

Por supuesto que nada nos dice esto sobre qué tipo de "inteligencia" estaría involucrado, ni sobre la verdad o falsedad de los numerosos prejuicios que giran en torno a la palabra "Dios". No permite plantear a Dios como un creador omnisciente y todopoderoso, ni siquiera podemos saber si es un sólo ser, varios o ninguno (algún tipo inimaginable de entidad), ni si es realmente un creador o un simple "ordenador" de la materia posterior a su existencia.

Tampoco podemos descartar posibilidades más complejas como ser nuestro universo parte de un todo de dimensiones superiores, o encontrarnos dentro de una suerte de programa de realidad virtual manipulado por seres de una civilización avanzada, o ser todo una ilusión generada dentro de la mente de alguno de nosotros (seguramente de la suya, estimado lector).

Ver a las matemáticas desde este ángulo si bien no llega a responder las milenarias preguntas existenciales del hombre, al menos arroja claridad sobre una de ellas: **el universo que conocemos no pudo haberse creado a sí mismo por obra de la casualidad.**

Todavía no estamos en posición de saber lo que es, pero al menos estamos más cerca de saber algo que no es: la nada, la casualidad, el "porque si".

Podemos afirmar, sin miedo a mezclar la razón con cuestiones de fe, que algún tipo entidad ajena a lo que conocemos tiene que estar involucrada en la dinámica del universo, en su creación u ordenamiento. Lo cual no es poco decir a la luz de la tendencia materialista dominante entre los círculos científicos y filosóficos de la actualidad.

En realidad estos planteos son sólo una manera de hacer más evidente para nuestra mente lógica aquello que debería ser visible con la sola observación del universo, y de hecho es vivido como obvio por muchos creyentes. ¿Por qué hemos de sentirnos más perplejos de encontrar a pi en dos fórmulas inconexas que de observar la inconmensurable belleza y armonía de un paisaje montañoso?

La meditación sincera sobre la profunda implicancia de estos temas y de todas aquellas maravillas del universo que logran tocarnos de cerca, es fundamental para llegar a comprender donde estamos parados.

Mientras tanto, esperamos que el avance de la ciencia siga presentándonos nuevos indicios.

Quizá algún día lleguemos a conocer la verdad.

MARIANA VERNIERI

mariana@diasdorados.com

Bibliografía:

- Revista *"Gacetilla Matemática"*
- Perelman, Yakob:*"Aritmética recreativa"*
- Peral Manzo, Mario:*"Apuntes acerca de la especulación sobre posibles mensajes ocultos en los números inconmensurables."*
- Falletti, Abelardo:*"El lenguaje unívoco de la Doctrina Sagrada"*
- Dedekind, Richard: *"¿Qué son y para qué sirven los números?"*
- Salas, S.L. y Hille, E.: *"Calculus."*
- Blatner, David: *"The Joy of π."*
- Dehaene, Stanislas: *"The Number Sense."*
- Gardner, Martin: *"Juegos matemáticos. Investigación y ciencia."*
- Einstein, Albert y otros: *"La teoría de la relatividad"*
- Einstein, Albert, *"Mi visión del mundo"*
- Hofstadter, Douglas R.: *"Gödel, Escher, Bach."*
- Russell, Bertrand: *"Escritos básicos"*